Universität
Bremen

Dr. Tim Haga **Mathematik 1**
WS 2022/23

Übungsblatt 4

Präsenzübungen

P1. Die Abbildungen $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sind gegeben durch $f(x) = 3x - 11$ und $g(x) = x^2$. Bestimmen Sie die Verknüpfungen $f \circ g$ und $g \circ f$.

P2. In der Vorlesung wurde folgender Satz bewiesen: Seien $f\colon X \longrightarrow Y$ und $g\colon Y \longrightarrow Z$ Abbildungen. Dann gilt: Ist $g \circ f$ injektiv, so auch f.

Beweis:

1) Seien $x, y \in X$, wobei $x \neq y$ gelte.
2) Da ________________, ist $g(f(x)) \neq g(f(y))$.
3) Es folgt $f(x) \neq f(y)$, da ____________________.
4) Also ist f injektiv. $\square$

Vervollständigen Sie den Beweis. Vermeiden Sie es dabei, in Ihren Vorlesungsnotizen zu spicken.

P3. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

a) $5^n + 7$ ist durch 4 teilbar.

b) $\sum\limits_{i=1}^{n} (2i - 1) = n^2$.

Geben Sie explizit an wo die Induktionsvoraussetzung verwendet wird.

Verständnisfragen

Diese Aufgaben dienen zur Selbstkontrolle und müssen nicht abgegeben werden.

1. Wie kann man eine beliebige Abbildung surjektiv machen, ohne die Abbildungsvorschrift zu ändern?
2. Wie kann man eine beliebige injektive Abbildung bijektiv machen, ohne die Abbildungsvorschrift zu ändern?
3. Wann heißt eine Zahl a Teiler von b?
4. Was versteht man unter der Methode der vollständigen Induktion?
5. Überlegen Sie sich Beispiele von Aussagen, die mit vollständiger Induktion bewiesen werden können.
6. Was ist der Unterschied zwischen schwacher und starker Induktion?
7. Kann man auch Aussagen über alle ganzen Zahlen $z \in \mathbb{Z}$ mittels vollständiger Induktion beweisen? Wie?