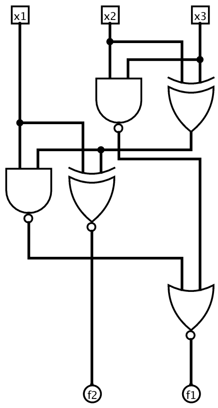
Prof. Dr. Rolf Drechsler, drechsler@informatik.uni-bremen.de, MZH 4330
Christina Plump, cplump@uni-bremen.de, MZH 4206

10. Übungsblatt zur Vorlesung

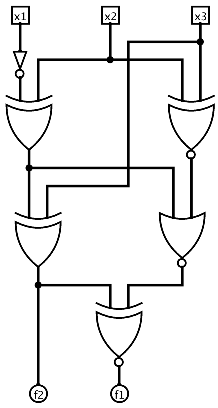
Technische Informatik 1

Aufgabe 1 (4 + 1 Punkte)

Der *Äquivalenzvergleich* ist eine zentrale Aufgabe bei der *Verifikation* von Schaltkreisen. Dabei könnte Schaltkreis 1 (SK1) das theoretische Modell und Schaltkreis 2 (SK2) eine beliebige Realisierung dieses Modells darstellen. Seien nun die beiden Schaltkreise SK1 und SK2, wie in Abbildung 1(a) und 1(b) dargestellt, gegeben. Sie sollen in dieser und der nächsten Aufgabe auf funktionale Äquivalenz überprüft werden.



(a) SK1



(b) SK2

Abbildung 1: Die auf Äquivalenz zu untersuchenden Schaltkreise

a) Gebt zu jeder der Funktionen $f_{1SK1}(x_1, x_2, x_3)$, $f_{2SK1}(x_1, x_2, x_3)$, $f_{1SK2}(x_1, x_2, x_3)$ und $f_{2SK2}(x_1, x_2, x_3)$ eine Funktionsgleichung an. Geht dazu wie folgt vor:

   1) Beginnt am Ausgang f_j mit der Gleichung $f_j = f_j$.

   2) Gibt es auf der rechten Seite eine Variable c, die durch eine der Verknüpfungen $\circ \in \{\oplus, +, \cdot\}$ zweier Variablen a und b entsteht, so ersetzt c durch $(a \circ b)$.

   3) Wiederholt Schritt 2, bis es keine Variablen mehr gibt, die ersetzt werden können.

   Könnt Ihr an dieser Stelle bereits eine sichere Aussage über die Äquivalenz der Schaltkreise machen?

b) Was leistet die *Symbolische Simulation* eines kombinatorischen Schaltkreises? Wo liegen die Vorteile gegenüber der „einfachen“ Schaltkreissimulation?

Aufgabe 2 (3 + 2 + 2 Punkte)

Betrachtet weiterhin die beiden Schaltkreise von Aufgabe 1 und Eure konstruierten Funktionen.

a) Konstruiert zu den Funktionen $f_{1SK1}(x_1, x_2, x_3)$ und $f_{1SK2}(x_1, x_2, x_3)$ aus 1a) jeweils ein ROBDD mit der Variablenordnung $x_1 < x_2 < x_3$. Was könnt Ihr nun über die Äquivalenz der Schaltkreise aussagen und warum?

b) Was würde sich in Teil a) ändern, wenn Ihr eine andere DTL (decomposition type list) oder Variablenordnung verwenden würdet? Welche Eigenschaft bliebe erhalten?

c) Bestätigt Eure Aussage aus Teil a) indem Ihr die Funktionalität beider Schaltkreise anhand einer Wertetabelle überprüft. Gebt zu jedem Signalknoten (außer den Signalkonten der primären Eingänge) die logischen Werte an. Die Signalknoten sollen dabei mit S_i bezeichnet werden und die Nummerierung von links nach rechts und oben nach unten; Signalknoten, die auf ein Ausgangssignal führen, werden mit dem entsprechenden Ausgangssignal bezeichnet.

Aufgabe 3 (3 + 1 Punkte)

Ein *Barrel-Shifter* ist ein Schaltkreis, der die folgende Funktion berechnet:

$\text{shift} : (\mathbb{B}^n, \mathbb{N}) \to \mathbb{B}^n$ mit

$$\text{shift}(a_n, \ldots, a_1, m) = a_{n-m}, \ldots, a_1, a_n, \ldots, a_{n-(m-1)} \mid m < n$$

a) Konstruiert einen kombinatorischen Schaltkreis, der shift realisiert. Betrachtet m dabei als $\mathbb{B}^{\lceil log_2 n \rceil}$, sodass Euer Schaltkreis $\lceil log_2 n \rceil$ Eingänge als Modellierung der Shift-Weite enthält. Ein Schaltkreis mit bspw. $n = 8$ Bits würde dementsprechend weitere 3 Eingänge zur Modellierung des Shift-Operanden benötigen. Verwendet Schaltelemente aus STD $\cup$ MUX$_i$, $i \in \mathbb{N}$.

b) Gebt eine Abschätzung der Schaltungstiefe und der Kosten der in a) konstruierten Schaltung an.

Aufgabe 4 (3 + 1 Punkte)

Ein *Komparator* ist ein Logikbaustein, der die numerischen Vergleichsrelationen $<, >$ und $=$ implementiert. Der Schaltkreis bekommt als Eingabe zwei positive binäre Zahlen x und y der Länge n über die Eingänge $(x_{n-1}, \ldots, x_0)$ und $(y_{n-1}, \ldots, y_0)$ und berechnet daraus die Wertebelegung des Ausgangs z mit $z_2 = (x > y)$, $z_1 = (x = y)$ und $z_0 = (x < y)$. Je nachdem, ob x größer, gleich oder kleiner y ist, nimmt genau eine der Ausgangsleitungen (z_2, z_1, z_0) den Wert 1 an. Ein Komparator berechnet also die folgende Boolesche Funktion:

$\text{comp}_n : \mathbb{B}^{2n} \to \mathbb{B}^3$ mit

$$\text{comp}_n(x_{n-1}, \ldots, x_0, y_{n-1}, \ldots, y_0) = \begin{cases} (1,0,0), & \text{falls} \quad (x_{n-1} > y_{n-1}) \\ & \qquad \vee (x_{n-1} = y_{n-1}) \wedge (x_{n-2} > y_{n-2}) \\ & \qquad \vdots \\ & \qquad \vee \\ & \qquad \vdots \\ & \qquad \vee (x_{n-1} = y_{n-1}) \wedge \ldots \wedge (x_1 = y_1) \wedge (x_0 > y_0) \\ (0,1,0), & \text{falls} \quad \forall_i : x_i = y_i \\ (0,0,1), & \text{falls} \quad (x_{n-1} < y_{n-1}) \\ & \qquad \vee (x_{n-1} = y_{n-1}) \wedge (x_{n-2} < y_{n-2}) \\ & \qquad \vdots \\ & \qquad \vee \\ & \qquad \vdots \\ & \qquad \vee (x_{n-1} = y_{n-1}) \wedge \ldots \wedge (x_1 = y_1) \wedge (x_0 < y_0) \end{cases}$$

a) Gebt einen kombinatorischen Schaltkreis über STD an, der comp_n implementiert, wobei die Zahlen x und y als vorzeichenlose Zahlen interpretiert werden sollen.

b) Gebt eine Abschätzung der Schaltungstiefe (Laufzeit) und der Kosten der in a) konstruierten Schaltung an.

Abgabe: bis Donnerstag, den 29.06.2023, 08:15 Uhr per e-Mail an den Tutor und Christina Plump mit folgendem Betreff: [TI-Abgabe] <Tutorium> - <Gruppe>: Blatt <Blatt>