

Prof. Dr. Daniel Neuen  
Jens Schlöter

Wintersemester 2023/2024

## Algorithmentheorie

### Übungsblatt 2 (Abgabe am 13.11.2023, 12:15 Uhr)

#### Übung 2.1

(8 Punkte)

Zeigt oder widerlegt folgende Aussagen.

- (a)  $n^3 \in \Omega(5n^2 + 7n + 6)$ .
- (b) Für alle  $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  gilt:  $f \cdot g \in \Omega(\max\{f, g\})$ . Hier ist  $f \cdot g$  die Kurzschreibweise für die Funktion  $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $h(n) = f(n) \cdot g(n)$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ .
- (c)  $2^n \in \Omega(n!)$ . Zur Erinnerung:  $n! = \prod_{i=1}^n i$ .
- (d)  $\left(\frac{11}{10}\right)^n \in \mathcal{O}(n^7 + n^2 + 18)$ .

#### Übung 2.2

(7 Punkte)

Gebt für folgende Rekursionsgleichungen eine geschlossene Form in  $\Theta$ -Notation an und zeigt die Korrektheit per Induktion. Für beide Rekursionsgleichungen könnt ihr annehmen, dass  $T(1) = 1$ .

- (a)  $T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{n}{4}\right) + n$
- (b)  $T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + \sqrt{n}$

#### Übung 2.3

(5 Punkte)

Wir betrachten das Problem des Potenzierens.

**Gegeben:** Zwei natürliche Zahlen  $a$  und  $b$

**Ausgabe:**  $a^b$

Gebt einen Algorithmus für dieses Problem mit Laufzeit  $\mathcal{O}(\log b)$  an, wobei Addition und Multiplikation in konstanter Zeit ausgeführt werden können. Begründet, dass Euer Algorithmus korrekt ist und tatsächlich die gewünschte Laufzeit erzielt.