

Prof. Dr. Daniel Neuen
Jens Schlöter

Wintersemester 2023/2024

Algorithmentheorie

Übungsblatt 2 (Abgabe am 13.11.2023, 12:15 Uhr)

Übung 2.1

(8 Punkte)

Zeigt oder widerlegt folgende Aussagen.

- (a) $n^3 \in \Omega(5n^2 + 7n + 6)$.
- (b) Für alle $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gilt: $f \cdot g \in \Omega(\max\{f, g\})$. Hier ist $f \cdot g$ die Kurzschreibweise für die Funktion $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $h(n) = f(n) \cdot g(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
- (c) $2^n \in \Omega(n!)$. Zur Erinnerung: $n! = \prod_{i=1}^n i$.
- (d) $\left(\frac{11}{10}\right)^n \in \mathcal{O}(n^7 + n^2 + 18)$.

Übung 2.2

(7 Punkte)

Gebt für folgende Rekursionsgleichungen eine geschlossene Form in Θ -Notation an und zeigt die Korrektheit per Induktion. Für beide Rekursionsgleichungen könnt ihr annehmen, dass $T(1) = 1$.

- (a) $T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{n}{4}\right) + n$
- (b) $T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + \sqrt{n}$

Übung 2.3

(5 Punkte)

Wir betrachten das Problem des Potenzierens.

Gegeben: Zwei natürliche Zahlen a und b

Ausgabe: a^b

Gebt einen Algorithmus für dieses Problem mit Laufzeit $\mathcal{O}(\log b)$ an, wobei Addition und Multiplikation in konstanter Zeit ausgeführt werden können. Begründet, dass Euer Algorithmus korrekt ist und tatsächlich die gewünschte Laufzeit erzielt.