

## Algorithmentheorie

### Präsenzübung 4

Aktualisierte Version. Änderungen sind rot markiert.

#### Präsenzübung 4.1

Betrachte einen leeren Binary-Heap in Array-Repräsentation mit Array Größe  $n = 8$ :

- (A) Führt die **Insert**-Operation für die Elemente 1, 10, 8, 14, 9, 15, 3, 7 aus.
- (B) Führt anschließend die **Delete**-Operation für die Elemente 8, 7, 1 aus.

#### Präsenzübung 4.2

Sei  $T = (V, E)$  ein einfacher, ungerichteter Graph mit  $n$  Knoten. Zeigt, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind.

- (i)  $T$  ist ein Baum.
- (ii)  $T$  ist zusammenhängend und kreisfrei.
- (iii)  $T$  hat  $n - 1$  Kanten und ist kreisfrei.
- (iv)  $T$  hat  $n - 1$  Kanten und ist zusammenhängend.
- (v)  $T$  ist maximal kreisfrei, d.h.  $T$  ist kreisfrei und  $T \cup \{e\}$  enthält einen Kreis für jede Kante  $e \notin E$ .
- (vi)  $T$  enthält einen eindeutig bestimmten **Pfad** zwischen jeweils zwei seiner Knoten.

#### Präsenzübung 4.3

Zeige oder widerlege: wenn alle Kantenkosten eines zusammenhängenden, gewichteten, ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$  mit Gewichtsfunktion  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+$  paarweise verschieden sind, das heißt für alle  $e_1, e_2 \in E$  mit  $e_1 \neq e_2$  gilt  $c(e_1) \neq c(e_2)$ , so gibt es einen eindeutig bestimmten minimalen Spannbaum in  $G$ .