Mat3 Blatt 3

Gruppe: 7
Maarten Behn, Niklas Borchers, Emre Kilinc

9. Urnenmodell

a)

Woher habt Ihr diese Faktoren?

$$P(RR) = \frac{r}{r+s} \cdot \frac{r-1}{r+s-1}$$

Beim zweiten Zug gibt es eine rote Kugel weniger daher wird r zu $r-1$ und $r+s$ zu $(r-1)+s = r+s-1$. 1,5/2

b)

Begründung fehlt.

$$P(RS) = \frac{r}{r+s} \cdot \frac{s}{r+s-1}$$

1/2

10. Formel von Bayes

Wahrscheinlichkeit das ein Bild original ist: $P(B_o) = \frac{10}{12} = 0.83$
Wahrscheinlichkeit das ein Bild eine Fälschung ist: $P(B_f) = \frac{2}{12} = 0.16$
Wahrscheinlichkeit das der Experte ein Bild als Original beruteilt: $P(E_o)$
Wahrscheinlichkeit das der Experte ein Bild als Fälschung beruteilt: $P(E_f)$
Wahrscheinlichkeit das der Experte richtig liegt:
$P(E_o|B_f) = P(E_f|B_o) = 0.9$ Das müsste 0.1 sein.
Wahrscheinlichkeit das der Experte falsch liegt:
$P(E_o|B_o) = P(E_f|B_f) = 1 - P(E_o|B_f) = 0.1$ Dies dann 0.9

Wir suchen:

$P(B_o|E_f) = \frac{P(E_f|B_o)P(B_o)}{P(E_f|B_o)P(B_o)+P(E_f|B_f)P(B_f)}$

$= \frac{0.9 \cdot 0.83}{(0.9 \cdot 0.83)+(0.1 \cdot 0.16)}$

$= 0.979$

Dies ist nur die W'keit dafür, dass das erste Bild ein Original ist unter der Bedingung, dass der Experte das erste Bild als Fälschung erkennt.
Demnach ist dies nicht die W'keit fürs Zielereignisses auch unter Missachtung der vorab vertauschen W'keiten!

1/4

11. Totale Wahrscheinlichkei

Wahrscheinlichkeit das der Transistor aus Box i kommt: $P(B_i)$ mit
$1 \leq i \leq 3 \quad i \in \mathbb{N}$
Wahrscheinlichkeit das der Transistor defekt ist: $P(D)$

$P(D) = P(D \cap B_1) + P(D \cap B_2) + P(D \cap B_3)$
$= P(D|B_1)P(B_1) + P(D|B_2)P(B_2) + P(D|B_3)P(B_3)$
$= \left(\frac{5}{12} \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{3}\right)$
$= \frac{73}{216} = 0.338$

4/4

12. Multiple Select-Aufgabe

a)

Falsch denn,
$\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A)}$
$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(B|A) \cdot \mathbb{P}(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \neq 0$

1/1

b)

Richtig denn,
Wenn $A \subset B$ dann muss $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$

$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$
$\mathbb{P}(B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A|B)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
$\mathbb{P}(A) < \mathbb{P}(B) \iff \frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

Eine Notwendige aber nicht hinreichende Bedingung für A Teilmenge von B.

Die Aussage ist tatsächlich nicht korrekt!

0/1

c)

Richtig denn,

$\mathbb{P}(\complement A|\complement B) = \frac{\mathbb{P}(\complement A \cap \complement B)}{\mathbb{P}(\complement B)}$

$= \frac{\mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)}{1 - \mathbb{P}(B)}$ da $A \subseteq B$

$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$

Wenn A eine Teilmenge von B wäre, dann ist cB eine Teilmenge von cA und damit ist P(cA n cB) = P(cB), wodurch Ihr eine W'keit von 1 erhalten würdet.

0/1

d)

Falsch denn,

$\mathbb{P}(A|\complement B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap \complement B)}{\mathbb{P}(\complement B)}$

$= \frac{\mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B)}{1 - \mathbb{P}(B)}$

$= \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$

$\mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(A|\complement B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \neq 1$ 1/1

9,5/16